江西省2023年初中学业水平考试

数学试题参考答案

一、单项选择题(本大题共6小题,每小题3分,共18分.每小题只有一个正确选项)

1. A　　2. B　　3. D　　4. A　　5. C　　6. D

二、填空题(本大题共6小题,每小题3分,共18分)

7. -5　　8. 1.8×10^7　　9. $2a+1$　　10. 2　　11. 6　　12. 90°或180°或270°

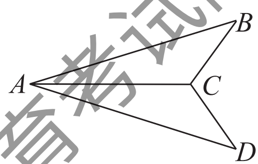
三、解答题(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

13. (1)解:原式$=2+1-1$

$=2.$

(2)证明:∵AC平分$\angle BAD$,

∴$\angle BAC=\angle DAC$.

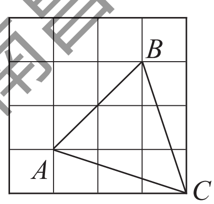


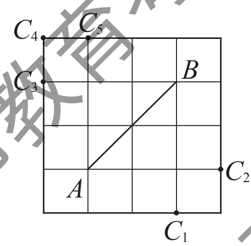
在△ABC和△ADC中,

$$\begin{cases} AB=AD, \\ \angle BAC=\angle DAC, \\ AC=AC, \end{cases}$$

∴△ABC≌△ADC(SAS).

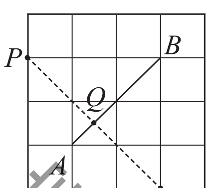
14. 解:(1)如下左图(右图中的C_1~C_5亦可):



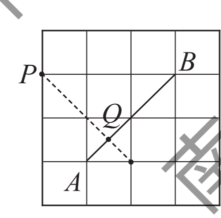


答:△ABC即为所求.

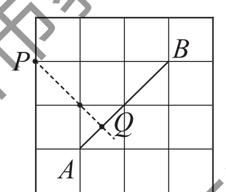
(2)如下图:



(方法一)



(方法二)



(方法三)

答:点Q即为所求.

15. 解:(1)②,③;

(2)按甲同学的解法化简:

$$原式=\left[\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)}\right]\cdot\frac{x^2-1}{x}$$

$$=\frac{x(x-1)+x(x+1)}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

$$=\frac{2x^2}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

$$=2x.$$

按乙同学的解法化简：

$$原式=\frac{x}{x+1}\cdot\frac{x^2-1}{x}+\frac{x}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{x}$$

$$=\frac{x}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}+\frac{x}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

$$=x-1+x+1$$

$$=2x.$$

16. 解：(1)随机.

(2)解法一

列表如下：

同学1 / 同学2	甲	乙	丙	丁
甲		(乙,甲)	(丙,甲)	(丁,甲)
乙	(甲,乙)		(丙,乙)	(丁,乙)
丙	(甲,丙)	(乙,丙)		(丁,丙)
丁	(甲,丁)	(乙,丁)	(丙,丁)	

由上表可知，所有可能结果共有12种，且每种结果出现的可能性相等，其中甲、丁同学都被选为宣传员的结果有2种.

所以P(甲、丁同学都被选为宣传员)$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

解法二

画树状图如下：

甲　　　乙　　　丙　　　丁

乙 丙 丁　甲 丙 丁　甲 乙 丁　甲 乙 丙

由树状图可以看出，所有可能结果共有12种，且每种结果出现的可能性相等，其中甲、丁同学都被选为宣传员的结果有2种.

所以P(甲、丁同学都被选为宣传员)$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

17. 解：(1)∵直线$y=x+b$与反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象交于点$A(2,3)$，

$\therefore 2+b=3, 3=\frac{k}{2}$.

$\therefore b=1, k=6$.

∴直线AB的表达式为$y=x+1$，反比例函数图象的表达式为$y=\frac{6}{x}(x>0)$.

(2)过点A作$AD\perp BC$，垂足为D.

∵直线$y=x+1$与y轴交点B的坐标为$(0,1)$，$BC/\!/x$轴，

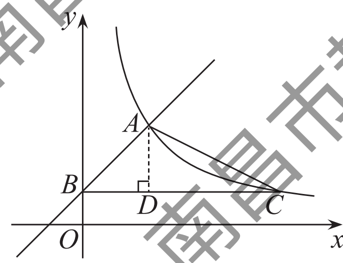
∴C点的纵坐标为1.

∴$\dfrac{6}{x}=1$，$x=6$，即$BC=6$.

由$BC/\!/x$轴，得BC与x轴的距离为1.

∴$AD=2$.

∴$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot AD=\dfrac{1}{2}\times6\times2=6$.



四、解答题（本大题共3小题，每小题8分，共24分）

18. 解：(1)设该班的学生人数为x人.

依题意，得 $3x+20=4x-25$.

解得$x=45$.

答：该班的学生人数为45人.

(2)由(1)可知，树苗总数为$3x+20=155$.

设购买甲种树苗y棵，则购买乙种树苗$(155-y)$棵.

依题意，得 $30y+40(155-y)\leqslant5\,400$.

解得$y\geqslant80$.

答：至少购买了甲种树苗80棵.

19. (1)证法一

证明：∵$AB=AC$，

∴$\angle B=\angle ACB$.

∵$AC=AD$，

∴$\angle ADC=\angle ACD$.

∴$\angle BCD=\angle ACB+\angle ACD=\dfrac{1}{2}(\angle ACB+\angle B+\angle ACD+\angle ADC)=\dfrac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$.

∴$DC\perp BC$.

证法二

证明：∵$AB=AC=AD$，

∴点B，C，D在以点A为圆心，BD为直径的圆上.

∴$\angle BCD=90^\circ$，即$DC\perp BC$.

(2)解：过点E作$EF\perp BC$，垂足为F.

在Rt△BCD中，$\cos B=\dfrac{BC}{BD}$，$BC=1.8$，

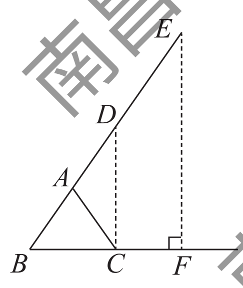
∴$BD=\dfrac{BC}{\cos B}=\dfrac{1.8}{\cos55^\circ}\approx3.16$.

∴$BE=BD+DE=3.16+2=5.16$.

在Rt△EBF中，$\sin B=\dfrac{EF}{BE}$，

∴$EF=BE\cdot\sin B=5.16\times\sin55^\circ\approx4.2$.

因此，雕塑的高约为4.2 m.



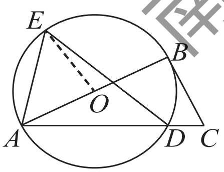
20. 解：(1)连接OE.

∵$\angle ADE=40°$，

∴$\angle AOE=2\angle ADE=80°$.

∴$\angle BOE=180°-\angle AOE=100°$.

∴ $\overset{\frown}{BE}$ 的长 $l=\dfrac{100\cdot\pi\cdot 2}{180}=\dfrac{10}{9}\pi$.



(2)证明：∵$OA=OE$，$\angle AOE=80°$，

∴$\angle OAE=\dfrac{180°-\angle AOE}{2}=50°$.

∵$\angle EAD=76°$，

∴$\angle BAC=\angle EAD-\angle OAE=26°$.

又$\angle C=64°$，

∴$\angle ABC=180°-\angle BAC-\angle C=90°$. 即$AB\perp BC$.

又OB是⊙O的半径，

∴CB为⊙O的切线.

五、解答题(本大题共2小题，每小题9分，共18分)

21. 解：(1)68，23%.

(2)320.

(3)①小胡的说法正确.

理由如下：

理由一：从中位数看，初中生视力的中位数为1.0，高中生视力的中位数为0.9，所以初中生的视力水平好于高中生.

理由二：从众数看，初中生视力的众数为1.0，高中生视力的众数为0.9，所以初中生的视力水平好于高中生.

②方法一：$26\,000\times\dfrac{8+16+28+34+14+44+60+82}{200+320}=14\,300$（名）.

方法二：$26\,000\times\left(1-\dfrac{68+46+65+55}{200+320}\right)=14\,300$（名）.

所以，估计该区有14 300名中学生视力不良.

建议：①勤做眼保健操；②不要长时间用眼；③不要在强光下看书；④加强户外运动.

22. (1)证法一

证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$OA=OC$.

又$BD\perp AC$，

∴BD垂直平分AC.

∴$BA=BC$.

∴▱$ABCD$是菱形.

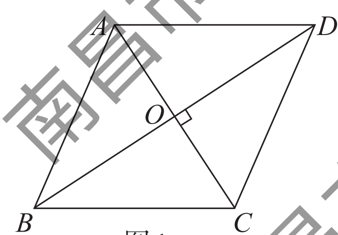


图1

证法二

证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$OA=OC$.

$\because BD \perp AC$，

$\therefore \angle AOB = \angle COB$.

又 $OB = OB$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COB$（SAS）.

$\therefore BA = BC$.

$\therefore \square ABCD$ 是菱形.

（2）①证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$AC = 8$，$BD = 6$，

$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 4$，$OD = \frac{1}{2}BD = 3$.

$\therefore OA^2 + OD^2 = 4^2 + 3^2 = 25$.

又 $AD^2 = 5^2 = 25$，

$\therefore OA^2 + OD^2 = AD^2$.

$\therefore \angle AOD = 90°$. 即 $BD \perp AC$.

$\therefore \square ABCD$ 是菱形.

②方法一

解：如图2，取 CD 的中点 G，连接 OG.

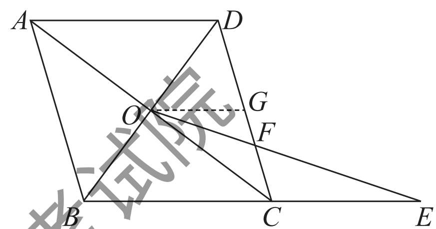


图2

$\because \square ABCD$ 是菱形，

$\therefore BC = AD = 5$，$OB = OD$，$\angle ACB = \angle ACD$.

$\because \angle E = \frac{1}{2}\angle ACD$，

$\therefore \angle E = \frac{1}{2}\angle ACB$. 即 $\angle ACB = 2\angle E$.

又 $\angle ACB = \angle E + \angle COE$，

$\therefore \angle E = \angle COE$.

$\therefore CE = CO = 4$.

$\because OB = OD$，$GC = GD$，

$\therefore OG$ 为 $\triangle DBC$ 的中位线.

$\therefore OG // BC$，且 $OG = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$.

$\therefore OG // CE$.

$\therefore \triangle OGF \backsim \triangle ECF$.

$\therefore \frac{OF}{EF} = \frac{OG}{CE} = \frac{5}{8}$.

方法二

解：如图3，延长 FO 交 AB 于点 H.

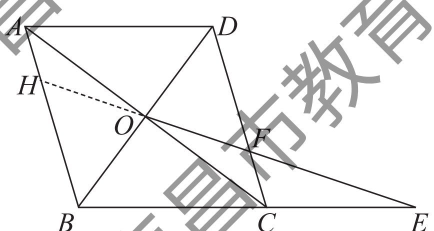


图3

同方法一可得 $CE = CO = 4$.

$\because \square ABCD$ 是菱形，

$\therefore BH // CF$.

$\therefore \frac{HF}{FE} = \frac{BC}{CE} = \frac{5}{4}$，$\frac{HO}{OF} = \frac{BO}{OD} = 1$.

$\therefore HF = 2OF$.

$\therefore \frac{OF}{FE} = \frac{5}{8}$.

六、解答题（本大题共12分）

23. 解：(1)① 3.

②$S=t^2+2$.

(2)方法一

由图象可知，当点P运动到点B时，$S=6$.

将$S=6$代入$S=t^2+2$，得$6=t^2+2$，解得$t=2$或 $t=-2$（舍去）.

当点P由点B运动到点A时，设S关于t的函数解析式为$S=a(t-4)^2+2$.

将(2，6)代入，得$6=a(2-4)^2+2$. 解得$a=1$.

故S关于t的函数解析式为$S=(t-4)^2+2$.

由图象可知，当P运动到A点时，$S=18$.

由$18=(t-4)^2+2$，得$t=8$或$t=0$（舍去）

$\therefore AB=(8-2)\times 1=6$.

方法二

由图象可知，当点P运动到点B时，$S=6$，即$BD^2=6$.

$\therefore BD=\sqrt{6}$.

在Rt△DBC中，由勾股定理，得 $BC=\sqrt{BD^2-CD^2}=2$.

∴点P由C运动到B的时间为$2\div 1=2$ s.

当点P由点B运动到点A时，设S关于t的函数解析式为$S=a(t-4)^2+2$.

将(2，6)代入，得$6=a(2-4)^2+2$. 解得$a=1$.

故S关于t的函数解析式为$S=(t-4)^2+2$.

由图象可知，当P运动到A点时，$S=18$.

由$18=(t-4)^2+2$，得$t=8$或$t=0$（舍去）

$\therefore AB=(8-2)\times 1=6$.

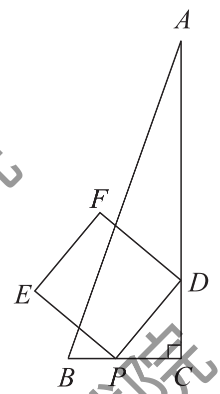


图1

(3)① 4.

由(1)(2)可得$S=\begin{cases} t^2+2, & 0\leqslant t<2, \\ (t-4)^2+2, & 2\leqslant t\leqslant 8. \end{cases}$

在图2中补全$0\leqslant t<2$内的图象.

根据图象可知$0\leqslant t\leqslant 2$内的图象与$2\leqslant t\leqslant 4$内的图象关于直线$x=2$对称.

因此$t_1+t_2=4$.

②方法一

函数$S=t^2+2$的图象向右平移4个单位与函数$S=(t-4)^2+2$的图象重合.

∵当$t=t_1$和$t=t_3$时，S的值相等，

$\therefore t_3-t_1=4$.

又$t_3=4t_1$，

$\therefore 4t_1-t_1=4$，得$t_1=\dfrac{4}{3}$.

此时正方形$DPEF$的面积$S=t_1^2+2=\dfrac{34}{9}$.

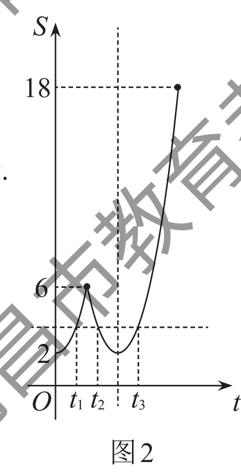


图2

方法二

根据二次函数的对称性，可知$t_2+t_3=8$.

由①可知$t_1+t_2=4$,

$\therefore t_3-t_1=4$.

又$t_3=4t_1$,

$\therefore 4t_1-t_1=4$，得$t_1=\dfrac{4}{3}$.

此时正方形$DPEF$的面积$S=t_1^2+2=\dfrac{34}{9}$.